

УДК 374.1

## Проблема разработки методов измерения точности репрезентации количества на всем протяжении школьного обучения

Татьяна Н. Тихомирова<sup>1</sup>, Сергей Б. Малых<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Психологический институт РАО, Москва, Россия

E-mail: [tikho@mail.ru](mailto:tikho@mail.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6748-763X>

<sup>2</sup> Психологический институт РАО, Москва, Россия

E-mail: [malykhsb@mail.ru](mailto:malykhsb@mail.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3786-7447>

DOI: 10.26907/esd.18.4.12

EDN: PKUHQM

Дата поступления: 5 августа 2023; Дата принятия в печать: 10 ноября 2023

### Аннотация

Актуальность и социальная востребованность разработки методов измерения точности репрезентации количественной информации связана с необходимостью анализа специфических когнитивных функций, которые лежат в основе индивидуальных различий в скорости и качестве усвоения школьных знаний. Среди показателей когнитивного развития репрезентация количества, выраженного в символическом, несимволическом и смешанном формате, является одной из самых необходимых для успешного обучения математике в школе. В статье представлены результаты разработки и адаптации трех тестов «Чувство числа», «Числовая линия» и «Точки и числа», направленных на измерение точности репрезентации количественной информации в виде множеств объектов, чисел, а также при их смешении. В процессе адаптации тестов общее количество участников исследования достигло 1751 ученика 1–11-х классов в возрасте от 6,8 до 18,8 года, из них 48,8% девочек. Для каждого теста проведен анализ внутренней согласованности, рассчитаны описательные статистики, проанализировано распределение показателей точности репрезентации количества на различных уровнях общего образования. Результаты анализа показали удовлетворительные психометрические характеристики компьютеризованных тестов репрезентации количества, что свидетельствует об их надежности и возможности применения на начальном, основном и полном уровнях общего образования.

**Ключевые слова:** репрезентация количества, точность, символический, несимволический и смешанный формат количественной информации, методы измерения, общее образование.

# Estimating Accuracy of Quantity Representation During the Whole Schooling Period: Problems of Methods Development

Tatiana Tikhomirova<sup>1</sup>, Sergey Malykh<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Psychological Institute of the Russian Academy of Education, Moscow, Russia*

*E-mail: tikho@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6748-763X>

<sup>2</sup> *Psychological Institute of the Russian Academy of Education, Moscow, Russia*

*E-mail: malykhsb@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3786-7447>

DOI: 10.26907/esd.18.4.12

EDN: PKUHQM

*Submitted: 5 August 2023; Accepted: 10 November 2023*

## Abstract

The relevance and social demand for developing methods for measuring the accuracy of representation of quantitative information are associated with the need to analyze specific cognitive functions that underlie individual differences in speed and quality of learning in school. Expressed in symbolic, non-symbolic and mixed formats, representation of quantity is one of the most important cognitive functions that determines the success of learning mathematics. The article presents the results of the development and adaptation of three tests – “Number Sense”, “Number Line” and “Dot Number Task” – that measure the accuracy of the representation of quantitative information presented as sets of objects, numbers, and their combinations. The total number of study participants involved in the process of test adaptation amounted to 1,751 students in grades 1–11 aged from 6.8 to 18.8 years, of which 48.8% were girls. For each test, an internal consistency analysis was carried out, descriptive statistics were calculated, and the distribution of indicators of quantity representation accuracy at various levels of general education was analyzed. The results of the analysis showed satisfactory psychometric characteristics of computerized tests, which indicates their reliability and makes them suitable for application at the primary, basic and full levels of general education.

**Keywords:** quantity representation, accuracy, symbolic, non-symbolic and mixed format of quantitative information, measurement, school education.

## Введение

Академические достижения в школьном возрасте служат надежным маркером успешной образовательной траектории на протяжении всей жизни человека, его позитивной социализации и психологического благополучия (Ritchie & Bates, 2013). При этом в ситуации острой востребованности инженерных специалистов, программистов и других высокотехнологических кадров в системе образования особое внимание уделяется успешности в обучении математике (Tikhomirova & Malykh, 2022; Wang et al., 2017). Значение математических знаний в современном технологичном обществе возрастает; и эта социальная ситуация формирует запрос общества на научные исследования когнитивных основ успешности освоения математики и естественнонаучных дисциплин. Актуальным и социально значимым оказывается изучение специфических когнитивных функций, которые лежат в основе индивидуальных различий в скорости и качестве усвоения математических знаний.

Среди когнитивных функций репрезентация количеств, выраженных в символической и несимволической форме, иными словами с помощью чисел и объектов соответственно, является одной из самых необходимых для успешного обучения математике (Halberda et al., 2008; Orrantia et al., 2019; Sasanguie et al., 2017; Wang et al., 2016). Действительно, значительные индивидуальные различия в точности репрезентации количественной информации наблюдаются на всем протяжении школьного обучения – в начальных классах, средней и старшей школе. При этом на каждом из уровней школьного обучения была зафиксирована различная степень взаимосвязи точности репрезентации количественной информации с образовательными успехами по математике (Tikhomirova & Malykh, 2021). Более того, показано, что степень такой взаимосвязи зависит от формата предъявляемого количества – символического или несимволического – и изменяется на каждом из уровней общего образования (Malone et al., 2019; Tikhomirova & Malykh, 2021).

В ряде работ сообщается о зависимости связи точности репрезентации количества и школьных математических достижений от сложности заданий, с помощью которых измеряется способность к точной оценке количественной информации (Reynvoet & Sasanguie, 2016; Tikhomirova & Malykh, 2022; Testolin et al., 2020). Показано, в частности, что точность репрезентации количественной информации, выраженной с помощью объектов, без использования чисел, является наименее «затратной» относительно когнитивных ресурсов человека (Dehaene, 2011; Tikhomirova et al., 2019; Wang et al., 2016). Напротив, при оценке количества, предъявляемого в виде чисел, требуется больше когнитивных усилий, а также знания числового ряда (Friso-van den Bos et al., 2015; Malone et al., 2019; Tikhomirova et al., 2023). Кроме того, сообщается о наибольшей сложности в восприятии количественной информации формата, где используется и символическое, и несимволическое выражение количества (Tikhomirova & Malykh, 2022). Подобные различия обусловлены гетерогенностью конструкта «репрезентация количества», которая связана с возможностью представления количественной информации не только отдельно в символическом и несимволическом формате, но также и в смешанном формате, предполагающем объединение чисел и объектов (Halberda et al., 2012; Orrantia et al., 2019; Tikhomirova et al., 2019).

Множественность аспектов репрезентации количества при измерении точности оценки количественной информации предполагает применение разнообразных тестовых заданий, в которых количество представлено с помощью чисел, объектов или их объединением. Так, точность символической репрезентации количественной информации измеряется тестовыми заданиями с числами, в которых респонденту нужно определить позицию числа на числовой линии без делений от 0 до 10, 100 или 1000 в зависимости от возраста участника исследования, или сравнить два числа (Friso-van den Bos et al., 2015; Slusser & Barth, 2017; Tikhomirova et al., 2023). Оценивание точности несимволической репрезентации количества проводится с помощью тестов, где респонденту предъявляется стимульный материал в виде множеств объектов, различающихся по цвету, форме и расположению (Dehaene, 2011; Halberda et al., 2012). Измерение точности репрезентации количественной информации, объединяющей числа и объекты, требует применения заданий, в которых респондент идентифицирует множества объектов с их числовым эквивалентом (Tikhomirova & Malykh, 2022).

Следует отметить, что разработка и адаптация методов измерения точности репрезентации количества, как в символическом и несимволическом форматах, так

и при их смешении, требует использования цифровых технологий. Необходимость компьютеризированных тестовых заданий позволяет автоматически контролировать процесс предъявления заданий, уменьшая ошибки, связанные с человеческим фактором, а также надежно оценивать разнообразные показатели репрезентации количества.

Разработка надежных и валидных методов измерения точности репрезентации количества является важнейшей научной задачей, связанной с анализом индивидуальных различий в успешности обучения, прежде всего математике, и имеет первостепенное прикладное значение для эффективной психолого-педагогической поддержки неуспевающих обучающихся школ, колледжей и вузов. Вместе с тем, для многих психодиагностических методов измерения показателей когнитивного развития, необходимых для организации эффективного обучения, включая и измерение точности репрезентации количества, не приведено психометрических характеристик, полученных на российских выборках, а практически все методики не имеют национальной стандартизации. Более того, актуальной является разработка таких тестов, которые могут быть использованы на всем протяжении общего образования – от начальных до выпускных классов школы – и соответственно могут идентифицировать весь спектр индивидуальных различий в сформированности того или иного показателя репрезентации количественной информации на каждом возрастном этапе.

В данной статье представлены результаты разработки и адаптации трех тестов, с помощью которых исследователь, педагог-психолог и учитель может измерить степень точности оценки количественной информации в виде чисел (символический формат количества), множеств объектов (несимволический формат) и при их объединении.

### **Методология исследования**

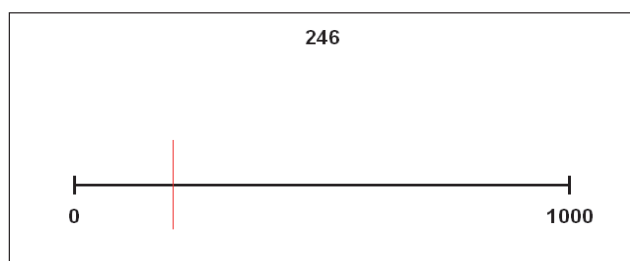
Психометрические характеристики методов измерения точности репрезентации количества изучались на российской выборке учеников начального, основного и полного уровней образования. В исследовании принимал участие 1751 ученик 1–11-х классов из шести государственных школ Санкт-Петербурга, Самары, Ленинградской и Московской областей. Диапазон возраста респондентов варьировался от 6,8 до 18,8 года, 48,8% девочек. Среди участников исследования насчитывалось 877 учеников начального уровня в возрасте от 6,8 до 11,7 лет (1–4 классы; 47,4% девочек), 544 – основного уровня в возрасте от 10,8 до 16,8 лет (5–9 классы; 45,6% девочек) и 330 – полного уровня в возрасте от 15,3 до 18,8 года (10–11 классы; 62,6% девочек).

Компьютеризированные задания методик, направленных на измерение точности репрезентации количества, были представлены каждому участнику исследования на экране персонального компьютера с монитором в 15 дюймов. Все участники исследования выполняли тестовые задания, находясь за персональным компьютером в кабинете информатики в своей школе. Процедура сбора данных во всех школах-участниках исследования проводилась в строгом соответствии с разработанным протоколом, во внеурочной деятельности, под непрерывным контролем исследователя и школьного учителя информатики. Инструкции к тестовым заданиям сформулированы в доступной для понимания школьниками всех уровней

образования форме и представлены на экране компьютера в соответствии с описанием ниже (Tikhomirova & Malykh, 2022).

*Методики измерения точности репрезентации количества*  
*Тест «Числовая линия»*

Компьютеризированный тест «Числовая линия» предназначен для измерения точности репрезентации количественной информации, выраженной с помощью числового ряда. Стимульный материал каждого тестового задания представлен числовой линией от 0 до 1000 в центре экрана и числом в верхней части, которое изменяется от задания к заданию. На Рисунке 1 представлен стимульный материал одного из заданий теста «Числовая линия» с числом 246, расположение которого указано респондентом.



**Рисунок 1.** Стимульный материал задания теста «Числовая линия»

Школьнику дается задание с помощью компьютерной мыши определить местоположение предъявляемого числа на числовой линии от 0 до 1000: необходимо навести курсор на выбранную позицию на линии и нажать левую клавишу мыши для регистрации местоположения. Тест состоит из 22 заданий, в которых предъявляются числа в следующем едином для всех участников исследования порядке: 246, 179, 818, 78, 722, 150, 366, 122, 738, 5, 147, 938, 18, 606, 2, 34, 754, 100, 56, 163, 486 и 725. Перед началом выполнения тестовых заданий школьнику демонстрируется анимационная инструкция (Tikhomirova & Malykh, 2021).

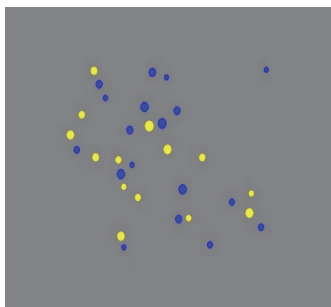
По результатам выполнения теста регистрируется отклонение указанной школьником позиции предъявляемого числа на линии от действительной позиции этого числа. Для оценки точности оценки символически выраженных количеств используется среднее значение отклонения для всех двадцати двух чисел. Следовательно, лучшим результатом по этому тесту считается меньшее значение: «меньше отклонение от реальной позиции – значит точнее» (Тихомирова, Малых, 2021).

*Тест «Чувство числа»*

Компьютеризированный тест «Чувство числа» предназначен для измерения точности репрезентации количественной информации, выраженной с помощью объектов.

На экране персонального компьютера представлен стимульный материал, состоящий из множества синих и желтых точек, различающихся по размеру и расположению. Количество точек каждого цвета варьируется в диапазоне от 5 до 21, соотношение множеств двух цветов составляет 1:3 и 6:7. Стимульный материал

в виде статичного изображения демонстрируется 400 мс. 150 заданий сгруппированы в 3 блока. На Рисунке 2 представлен стимульный материал задания теста «Чувство числа».



**Рисунок 2.** Стимульный материал задания теста «Чувство числа»

Школьнику дается задание определить, каких точек больше – синих или желтых – содержит каждое задание, и нажать на клавиатуре компьютера клавишу «С» (если больше синих точек) или «Ж» (если больше желтых точек). Время ответа ограничено 8 секундами, после чего предъявляется следующее задание, а отсутствие выбора клавиши регистрируется как неверный ответ. Порядок следования заданий является одинаковым для всех участников исследования. Перед началом выполнения теста школьник выполняет короткую серию тренировочных заданий (Tikhomirova & Malykh, 2021).

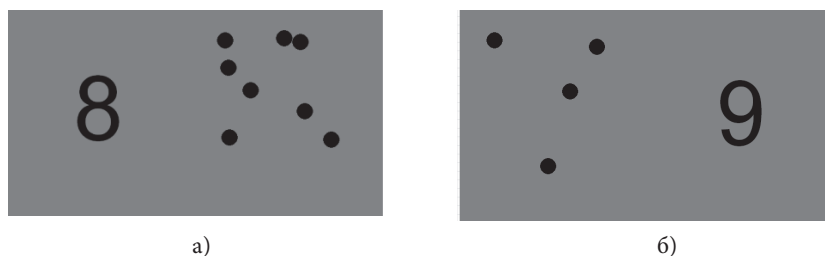
По результатам выполнения теста регистрируется, правильно или неправильно выполнено каждое из 150 заданий. Для оценки точности несимволически выраженного количества используется общее число правильно выполненных заданий. Следовательно, лучшим результатом по этому тесту считается большее значение показателя.

#### *Тест «Точки и числа»*

Компьютеризированный тест «Точки и числа» предназначен для измерения точности репрезентации количественной информации, выраженной с помощью и чисел, и объектов.

На экране персонального компьютера представлен стимульный материал, состоящий из множества объектов (точек) в одной части и числа – в другой. Последовательность предъявления заданий является одинаковой для всех участников исследования. На Рисунке 3 представлен стимульный материал задания теста «Точки и числа» (Tikhomirova & Malykh, 2021). Тест представлен 36 заданиями, из которых 18 конгруэнтных (число соответствует количеству точек, Рисунок 3а) и 18 инконгруэнтных заданий (число не соответствует количеству точек, Рисунок 3б).

Школьнику дается задание определить, соответствует число количеству точек или не соответствует. Если участник исследования решает, что соответствует, то выбирается для нажатия клавиша «О» на клавиатуре компьютера; если не соответствует – «А». Каждое задание демонстрируется 2 секунды. Если школьник отвечает менее чем за 8 секунд, он автоматически переходит к следующему заданию. Перед началом выполнения теста школьник выполняет 4 тренировочные задания.



**Рисунок 3.** Стимульный материал конгруэнтного (а) и неконгруэнтного (б) задания теста «Точки и числа»

По результатам выполнения теста регистрируется, правильно или неправильно выполнено каждое из 36 заданий. Для оценки точности репрезентации количества смешанного формата используется общее число правильно выполненных заданий. Следовательно, лучшим результатом по этому тесту считается большее значение показателя.

#### *Анализ психометрических показателей*

Тесты «Числовая линия» и «Чувство числа», направленные на измерение точности символической и несимволической репрезентации количества, адаптированы на выборках школьников начального, основного и полного уровней общего образования. Тест «Точки и числа», определяющий точность оперирования количественной информацией смешанного формата, адаптирован на выборках школьников основного и полного уровней общего образования.

Для каждого теста проведен анализ внутренней согласованности, позволяющий оценить надежность теста и возможность применения на выборке российских учеников в ходе общего образования. Рассчитаны средние значения, стандартные отклонения, минимумы и максимумы показателей. Проанализировано распределение показателей точности репрезентации количества на различных уровнях общего образования.

#### **Результаты**

В качестве показателей точности репрезентации количества анализировалось общее число правильных ответов по тестам «Чувство числа» и «Точки и числа», а также среднее отклонение отмеченной учеником позиции числа на линии от реальной позиции этого числа.

#### *Описательные статистики по тестам репрезентации количества*

В Таблице 1 представлены описательные статистики показателей точности символической репрезентации количества (тест «Числовая линия») на выборках учеников начального, основного и полного уровня общего образования.

Согласно данным Таблицы 1, показатели точности оценки количества, представленного с помощью числа, существенно уменьшаются, что свидетельствует об улучшении точности символической репрезентации количества в ходе школьного обучения. Так, в начальных классах среднее отклонение отмеченной учеником позиции числа на линии от действительного положения этого числа составляет 110,31, а к концу школьного обучения снижается до 46,09. При этом сокращается

стандартное отклонение показателя точности в тесте «Числовая линия», также подтверждая увеличение точности оценки количественной информации, представленной с помощью чисел, в процессе школьного обучения. Минимальные и максимальные значения точности символической репрезентации количества снижаются с первых до одиннадцатых классов, демонстрируя смещение диапазона вариативности в сторону более точных оценок.

**Таблица 1.** *Описательные статистики показателей теста «Числовая линия» на протяжении всего периода школьного образования*

Уровень общего образования	Среднее значение	Стандартное отклонение	Минимум	Максимум
Начальный	110,31	73,63	23,50	566,40
Основной	59,91	45,83	14,90	394,00
Полный	46,09	29,78	13,70	315,10

В Таблице 2 представлены описательные статистики показателей точности несимволической репрезентации количества (тест «Чувство числа») на выборках учеников начального, основного и полного уровня общего образования.

**Таблица 2.** *Описательные статистики показателей теста «Чувство числа» на протяжении всего периода школьного образования*

Уровень общего образования	Среднее значение	Стандартное отклонение	Минимум	Максимум
Начальный	94,21	14,51	53	135
Основной	103,84	14,14	64	134
Полный	107,89	14,86	63	137

Согласно данным Таблицы 2, показатели точности оценки количества, представленного с помощью объектов, без использования числового ряда, последовательно увеличиваются с начальных до старших классов. Эти данные свидетельствуют о некотором улучшении точности несимволической репрезентации количества в процессе школьного обучения. Так, на начальном уровне образования среднее количество правильных ответов по тесту «Чувство числа» составляет 94,21, а к концу школьного обучения ученики в среднем правильно выполняют 107,89 заданий из 150 предложенных. При этом стандартное отклонение остается практически неизменным. Минимум показателя точности оценки несимволического количества на выборке учеников начальных классов составляет 53 правильных ответа, в средней школе возрастает до 64 и фактически не меняется у старшеклассников. Максимальные значения точности остаются неизменными в начальных, средних и старших классах школ – соответственно 135, 134 и 137 правильных ответов по этому тесту. Следовательно, диапазон вариативности точности оценки количественной информации, представленной в виде объектов, остается стабильным на всем протяжении школьного обучения.

В Таблице 3 представлены описательные статистики показателей точности репрезентации количества смешанного формата (тест «Точки и числа») на выборках учеников основного и полного уровня общего образования.



**Таблица 3.** *Описательные статистики показателей теста «Точки и числа» на основном и полном уровне общего образования*

<i>Уровень общего образования</i>	<i>Среднее значение</i>	<i>Стандартное отклонение</i>	<i>Минимум</i>	<i>Максимум</i>
Основной	20,68	6,09	1	30
Полный	20,79	6,41	1	30

Согласно данным Таблицы 3, показатели точности оценки количества, представленного одновременно с помощью и чисел, и объектов, остаются практически неизменными на основном и полном уровнях общего образования. Стандартное отклонение точности репрезентации количества смешанного формата не изменяется у учеников средних и старших классов. Минимумы и максимумы показателя точности оказываются идентичными и не изменяются при переходе с основного к полному уровню общего образования.

#### *Анализ внутренней согласованности*

В Таблице 4 представлены значения коэффициента внутренней согласованности альфа Кронбаха тестов «Числовая линия», «Чувство числа» и «Точки и числа». Анализ внутренней согласованности тестов, связанных с измерением точности символической и несимволической репрезентации количества, проводился на выборках учеников начальной, средней и старшей школы; теста, направленного на оценку точности оперирования количествами смешанного формата – с участием учеников средних и старших классов школ.

**Таблица 4.** *Коэффициенты внутренней согласованности тестов точности репрезентации количества*

<i>Уровень общего образования</i>	<i>«Числовая линия»</i>	<i>«Чувство числа»</i>	<i>«Точки и числа»</i>
Начальный	0,783	0,845	–
Основной	0,731	0,854	0,872
Полный	0,770	0,907	0,881

Согласно Таблице 4, при достаточной для применения в условиях современной школы надежности тестов репрезентации количества наиболее высокая внутренняя согласованность вычислена для теста «Чувство числа». Так, коэффициенты альфа Кронбаха достигают удовлетворительных значений на всех этапах общего образования и варьируются от 0,845 и 0,854 на выборках начального и основного уровня образования до 0,907 в старших классах. При этом более высокие значения внутренней согласованности получены на полном уровне образования.

По тесту «Точки и числа» коэффициенты внутренней согласованности альфа Кронбаха достигают удовлетворительных значений на выборках обучающихся основного и полного уровней общего образования – от 0,872 до 0,881. Эти данные подтверждают надежность теста «Точки и числа» и дают возможность применения теста в средних и старших классах.

Анализ теста «Числовая линия» показал достаточную для применения в сфере практической психологии внутреннюю согласованность ( $\alpha > 0,7$ ), но коэффициенты альфа Кронбаха оказываются чуть ниже в сравнении с тестами «Чувство числа»

и «Точки и числа»: от 0,783 на выборке начальной школы и 0,731 на выборке средней школы до 0,770 у старшеклассников. Следует отметить, что несколько большие коэффициенты внутренней согласованности теста «Числовая линия» получены на начальном и полном уровнях образования.

Следовательно, полученные коэффициенты альфа Кронбаха ( $0,731 < \alpha < 0,907$ ) свидетельствуют о надежности тестов точности репрезентации количества, представленного в символическом, несимволическом и смешанном формате, и открывают возможность их использования в процессе школьного обучения.

## Обсуждение

В ходе анализа рассчитаны описательные статистики для показателей точности репрезентации количества по тестам «Числовая линия», «Чувство числа» и «Точки и числа» на выборках учеников начального, основного и полного уровня общего образования.

Показано, что в среднем оценки точности по всем тестам, связанным с оперированием количественной информацией в символическом, несимволическом и смешанном формате, улучшаются в ходе общего образования. Эти результаты соответствуют данным исследований, в том числе лонгитюдных, с участием российских респондентов, где рассчитываются траектории развития способности к точному восприятию количества на протяжении школьного обучения (De Smedt et al., 2013; Orrantia et al., 2019; Siegler, 2016; Tikhomirova et al., 2023). Улучшение показателей точности репрезентации количества в ходе школьного обучения неразрывно связывается с показателями академической успешности, прежде всего по математике. Сообщается, что точность репрезентации количества, выраженной с помощью чисел и объектов, тесно связана со школьной успеваемостью по математике (De Smedt et al., 2013; Friso-van den Bos et al., 2015; Reynvoet & Sasanguie, 2016; Siegler, 2016; Testolin et al., 2020; Tikhomirova, Malykh, 2021). При этом подчеркивается, что тип тестовых заданий – с числами или объектами – имеет первостепенное значение для силы и даже направления такой взаимосвязи (Tikhomirova et al., 2019). Вместе с тем, в работах ставится вопрос о причинно-следственных отношениях между точностью репрезентации количественной информации и математическими успехами ученика (в частности, Halberda et al., 2008). Результаты этих работ приводят к неоднозначным выводам, которые зависят от целого ряда условий образовательной среды, в частности критериев оценивания математических успехов, специфики учебных программ по математике и т. п. (см. подробнее Friso-van den Bos et al., 2015; Tikhomirova, Malykh, 2021).

Анализ вариативности точности репрезентации количества, представленного в разных форматах и измеряемого тестами «Числовая линия» (символический формат), «Чувство числа» (несимволический формат) и «Точки и числа» (смешанный формат), выявил различия в ходе школьного обучения. Так, показано, что для тестов, в заданиях которых представлены количественные стимулы в виде объектов, диапазон вариативности точности репрезентации количества остается практически неизменным на протяжении обязательного общего образования – с первых до одиннадцатых классов. Напротив, для теста «Числовая линия», в котором ученики определяют позицию числа на числовой линии «0 – 1000», диапазон вариативности точности существенно сокращается с начального до полного уровня общего образования. Эти результаты соотносятся с данными исследования лонгитюдного ди-

зайна, где анализируется средняя траектория развития точности и рассчитываются индивидуальные отклонения в период школьного обучения (Friso-van den Bos et al., 2015; Halberda et al., 2008; Siegler, 2016; Slusser & Barth, 2017; Tikhomirova et al., 2023). В этих работах делаются выводы о компенсаторном паттерне изменений точности символической репрезентации под влиянием школьного обучения математике. В настоящем исследовании диапазон вариативности точности оценки символической репрезентации значительно сужается на протяжении общего образования, что может косвенно подтверждать эффект обучения математике, и, как следствие, усвоения понятия числа и освоения навыка сравнения чисел.

Анализ внутренней согласованности тестов показал достаточные для применения в практике образования коэффициенты альфа Кронбаха ( $0,731 < \alpha < 0,907$ ). Следовательно, компьютеризированные тесты «Числовая линия», «Чувство числа» и «Точки и числа» являются надежными методиками измерения точности репрезентации количественной информации, выраженной в символическом, несимволическом и смешанном формате (Tikhomirova et al., 2023).

Цифровой формат тестов позволяет максимально точно измерить индивидуальную специфику оперирования количественной информацией у школьников разных возрастов – от первоклассников до выпускников школ. Кроме того, важнейшим преимуществом компьютеризированных тестов является возможность автоматически контролировать процесс предъявления заданий, значительно уменьшая эффекты, связанные с влиянием экспериментатора.

### **Заключение**

В статье представлены результаты разработки и адаптации компьютеризированных методов измерения точности репрезентации количества, которые могут быть использованы на всем протяжении школьного обучения.

Тест «Числовая линия» предназначен для измерения точности оперирования количественной информацией, выраженной с помощью чисел, тест «Чувство числа» – для диагностики точности оценки количества в виде объектов, а тест «Точки и числа» дает возможность проверить степень точности репрезентации количественной информации, представленной с помощью и чисел, и объектов. Эти компьютеризированные инструменты спроектированы с учетом возрастных особенностей обучающихся, инструкции сформулированы в доступной для понимания форме, а выполнение тестовых заданий не занимает много времени.

Результаты анализа показали удовлетворительные психометрические характеристики компьютеризированных тестов, что свидетельствует об их надежности и возможности применения на начальном, основном и полном уровнях общего образования. Следует особо отметить, что тесты «Числовая линия», «Чувство числа», «Точки и числа» можно использовать автономно, для измерения отдельных показателей репрезентации количества, но можно также включать их в тестовые батареи, предназначенные для комплексной оценки когнитивного развития учеников на всем протяжении школьного обучения.

### **Комментарий об открытом доступе к данным, этике, конфликте интересов**

Доступ к методикам «Числовая линия», «Чувства числа» и «Точки и числа» предоставляется по индивидуальному запросу с обоснованием необходимости применения. Данные не являются общедоступными, так как исследование носит лонгитюдный характер и продолжается.

На участие школьников в данном исследовании получены письменные информированные согласия их родителей. Анализ результатов осуществлялся на базе обезличенных персональных данных. Исследование проводится в соответствии с Хельсинской декларацией и получило одобрение Этического комитета Психологического института Российской академии образования (Протокол № 2016/2–12).

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## Список литературы

- Тихомирова, Т. Н., Малых, С. Б. Символическая и несимволическая репрезентация количества: специфика соотношения и связь с успешностью в математике // Теоретическая и экспериментальная психология. – 2021. – Т. 14. – № 3. – С. 6–23.
- Тихомирова, Т. Н., Малых, А. С. Точность оценки старшеклассниками количественной информации в символическом, несимволическом и смешанном форматах // Вопросы психологии. – 2022. – Т. 68. – № 5. – С. 19–31.
- De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., Ansari, D. How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior // Trends in Neuroscience and Education. – 2013. – Vol. 2. – No. 2. – P. 48–55. –DOI:10.1016/j.tine.2013.06.001
- Dehaene, S. The number sense: How the mind creates mathematics. – USA: Oxford University Press, 2011.
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E., Xenidou-Dervou, I., Jonkman, L. M., Van der Schoot, M., Van Lieshout, E. C. Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children // Journal of Experimental Child Psychology. – 2015. – Vol. 134. – P. 12–29. –DOI:10.1016/j.jecp.2015.02.002
- Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L. Individual differences in non-verbal number acuity correlate with Maths achievement // Nature. – 2008. – Vol. 455. – No.7213. – P. 665–668. – DOI:10.1038/nature07246
- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J., Naiman, D., Germine, L. Number sense across the lifespan as revealed by a massive internet-based sample // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2012. – Vol. 109. – No. 28. – P. 11116–11120. –DOI:10.1073/pnas.1200196109
- Malone, S. A., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K., Hulme, C. Learning correspondences between magnitudes, symbols and words: Evidence for a triple code model of arithmetic development // Cognition. – 2019. – Vol. 187. – P. 1–9. –DOI:10.1016/j.cognition.2018.11.016
- Orrantia, J., Muñoz, D., Matilla, L., Sanchez, R., San Romualdo, S., Verschaffel, L. Disentangling the mechanisms of symbolic number processing in adults' mathematics and arithmetic achievement // Cognitive Science. – 2019. – Vol. 43. – No. 1. – P. 1–24. –DOI:10.1111/cogs.12711
- Reynvoet, B., Sasanguie, D. The symbol grounding problem revisited: A thorough evaluation of the ANS mapping account and the proposal of an alternative account based on symbol–symbol associations // Frontiers in Psychology. – 2016. – Vol. 7. – P. 1581. –DOI:10.3389/fpsyg.2016.01581
- Ritchie, S. J., Bates, T. C. Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status // Psychological Science. – 2013. – Vol. 24. – No. 7. – P. 1301–1308. – DOI:10.1177/0956797612466268
- Sasanguie, D., De Smedt, B., Reynvoet, B. Evidence for distinct magnitude systems for symbolic and non-symbolic number // Psychological Research. – 2017. – Vol. 81. – No. 1. – P. 231–242. – DOI:10.1007/s00426-015-0734-1
- Siegler, R. S. Magnitude knowledge: The common core of numerical development // Developmental science. – 2016. – Vol. 19. – No. 3. – P. 341–361. –DOI:10.1111/desc.12395
- Slusser, E., Barth, H. Intuitive proportion judgment in number-line estimation: Converging evidence from multiple tasks // Journal of Experimental Child Psychology. – 2017. – Vol. 162. – P. 181–198. – DOI:10.1016/j.jecp.2017.04.010
- Testolin, A., Zou, W. Y., McClelland, J. L. Numerosity discrimination in deep neural networks: Initial competence, developmental refinement and experience statistics // Developmental Science. – 2020. – Vol. 23. – No. 5. – P. e12940. – DOI:10.1111/desc.12940

- Tikhomirova, T., Kuzmina, Y., Lysenkova, I., Malykh, S. The relationship between non-symbolic and symbolic numerosity representations in elementary school: The role of intelligence // *Frontiers in Psychology*. – 2019. – Vol. 10. – P. 2724. –DOI:10.3389/fpsyg.2019.02724
- Tikhomirova, T., Malykh, A., Lysenkova, I., Kuzmina, Y., Malykh, S. The development of number line accuracy in elementary school children: A cross-country longitudinal study // *British Journal of Educational Psychology*. – 2023. – Vol. 93. – No. 2. – P. 423–436. –DOI:10.1111/bjep.12566
- Wang, J. J., Odic, D., Halberda, J., Feigenson, L. Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance // *Journal of Experimental Child Psychology*. – 2016. – Vol. 147. – P. 82–99. –DOI:10.1016/j.jecp.2016.03.002
- Wang, M. T., Ye, F., Degol, J. L. Who chooses STEM careers? Using a relative cognitive strength and interest model to predict careers in science, technology, engineering, and mathematics // *Journal of Youth and Adolescence*. – 2017. – Vol. 46. – P. 1805–1820. –DOI:10.1007/s10964-016-0618-8

## References

- De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48–55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E., Xenidou-Dervou, I., Jonkman, L. M., Van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. (2015). Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. *Journal of experimental child psychology*, 134, 12–29. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.02.002>
- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(28), 11116–11120. <https://doi.org/10.1073/pnas.1200196109>
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665–668. <https://doi.org/10.1038/nature07246>
- Malone, S. A., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K., & Hulme, C. (2019). Learning correspondences between magnitudes, symbols and words: Evidence for a triple code model of arithmetic development. *Cognition*, 187, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.11.016>
- Orrantia, J., Muñoz, D., Matilla, L., Sanchez, R., San Romualdo, S., & Verschaffel, L. (2019). Disentangling the mechanisms of symbolic number processing in adults' mathematics and arithmetic achievement. *Cognitive Science*, 43(1), 1–24. <https://doi.org/10.1111/cogs.12711>
- Reynvoet, B., & Sasanguie, D. (2016). The symbol grounding problem revisited: A thorough evaluation of the ANS mapping account and the proposal of an alternative account based on symbol–symbol associations. *Frontiers in psychology*, 7, 1581. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01581>
- Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological science*, 24(7), 1301–1308. <https://doi.org/10.1177/0956797612466268>
- Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2017). Evidence for distinct magnitude systems for symbolic and non-symbolic number. *Psychological research*, 81(1), 231–242. <https://doi.org/10.1007/s00426-015-0734-1>
- Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. *Developmental Science*, 19(3), 341–361. <https://doi.org/10.1111/desc.12395>
- Slusser, E., & Barth, H. (2017). Intuitive proportion judgment in number-line estimation: Converging evidence from multiple tasks. *Journal of Experimental Child Psychology*, 162, 181–198. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.04.010>
- Testolin, A., Zou, W. Y., & McClelland, J. L. (2020). Numerosity discrimination in deep neural networks: Initial competence, developmental refinement and experience statistics. *Developmental science*, 23(5), e12940. <https://doi.org/10.1111/desc.12940>

- Tikhomirova, T. N., & Malykh, A. S. (2022). High school students accuracy of estimation of quantitative information in symbolic, non-symbolic and mixed forms. *Voprosy Psikhologii – Questions of Psychology*, 68(5), 19–31.
- Tikhomirova, T. N., & Malykh, S. B. (2021). Symbolic and non-symbolic representation of quantity: specific ratio and relationship with success in math. *Teoreticheskaya i eksperimental'naya psihologiya – Theoretical and Experimental Psychology*, 14(3), 6–23.
- Tikhomirova, T., Kuzmina, Y., Lysenkova, I., & Malykh, S. (2019). The relationship between non-symbolic and symbolic numerosity representations in elementary school: The role of intelligence. *Frontiers in Psychology*, 10, 2724. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02724>
- Tikhomirova, T., Malykh, A., Lysenkova, I., Kuzmina, Y., & Malykh, S. (2023). The development of number line accuracy in elementary school children: A cross-country longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, 93(2), 423–436. <https://doi.org/10.1111/bjep.12566>
- Wang, J. J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, 147, 82–99. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.002>
- Wang, M. T., Ye, F., & Degol, J. L. (2017). Who chooses STEM careers? Using a relative cognitive strength and interest model to predict careers in science, technology, engineering, and mathematics. *Journal of Youth and Adolescence*, 46, 1805–1820. <https://doi.org/10.1007/s10964-016-0618-8>